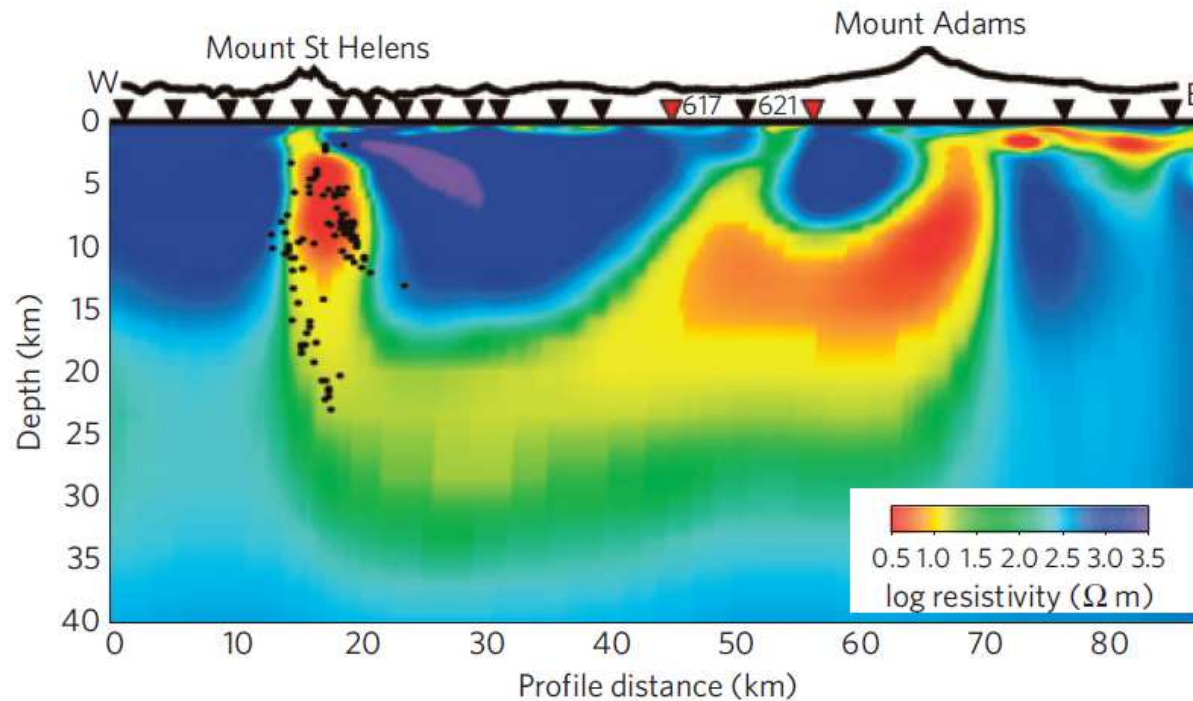


11 Magnetotelúrica (MT)



- Resistividad a través de dos volcanes en EE.UU. tomado usando el método MT.
- Hill et al., (2009), *Distribution of melt beneath Mount St Helens and Mount Adams inferred from magnetotelluric data. Nature Geoscience*, 2(11), pp 785-789.

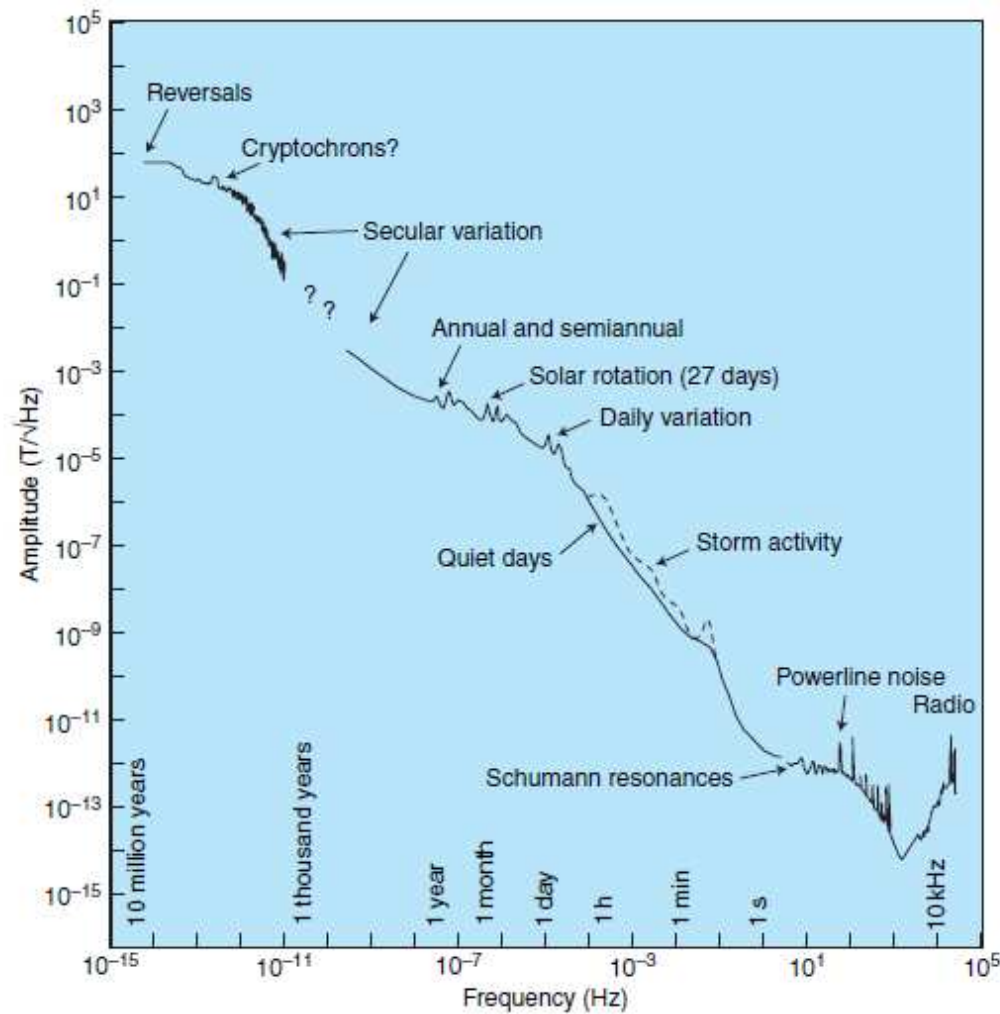
11.1 Estudios de inducción geomagnética

- La interacción entre las fluctuaciones temporales del campo magnético terrestre y las rocas (eléctricamente conductoras) de la Tierra genera campos internos secundarios, ambos eléctrico y magnético.
- Las mediciones de los campos primarios y secundarios pueden ser usadas para investigar la estructura de conductividad de la Tierra, sobre profundidades de unos metros hasta el manto inferior.
- La conductividad puede ser usada para inferir las propiedades físicas y químicas de la Tierra, cosas como temperatura, fundidos naturales, presencia de agua y/o otras volátiles, tipo de minerales etc.
- La inducción electromagnética es usada para varias aplicaciones en la geofísica: entre ellas la exploración de hidrocarburos y campos geotérmicos, la minería, el monitoreo de aguas subterráneas, estudios de volcanes, estudios de la composición de la Tierra.
- En esta presentación enfocamos en el método magnetotelúrico (MT), que es una técnica pasiva que mide los campos eléctrico y magnético en la superficie de la Tierra para conocer la distribución en la conductividad debajo la superficie.

11.2 El espectro temporal del campo geomagnético

- Las variaciones temporales en el campo magnético terrestre existen en un gran rango de frecuencias, de las frecuencias de radio hasta las inversiones del campo.
- Los estudios de la inducción electromagnético solamente pueden usar los campos que están generados externamente por la interacción entre el campo magnético interno y el viento solar y/o la ionosfera.
- Para el método MT, los periodos apropiados son entre unas semanas hasta $\sim 1 \times 10^5$ Hz.
- La figura siguiente muestra un espectro (aproximado) para el campo magnético terrestre (para obtener un espectro de potencia, dobla los exponentes y cambia los unidades a T^2/Hz). En periodos menor que un año, las variaciones en el campo son dominadas por fuentes externos.

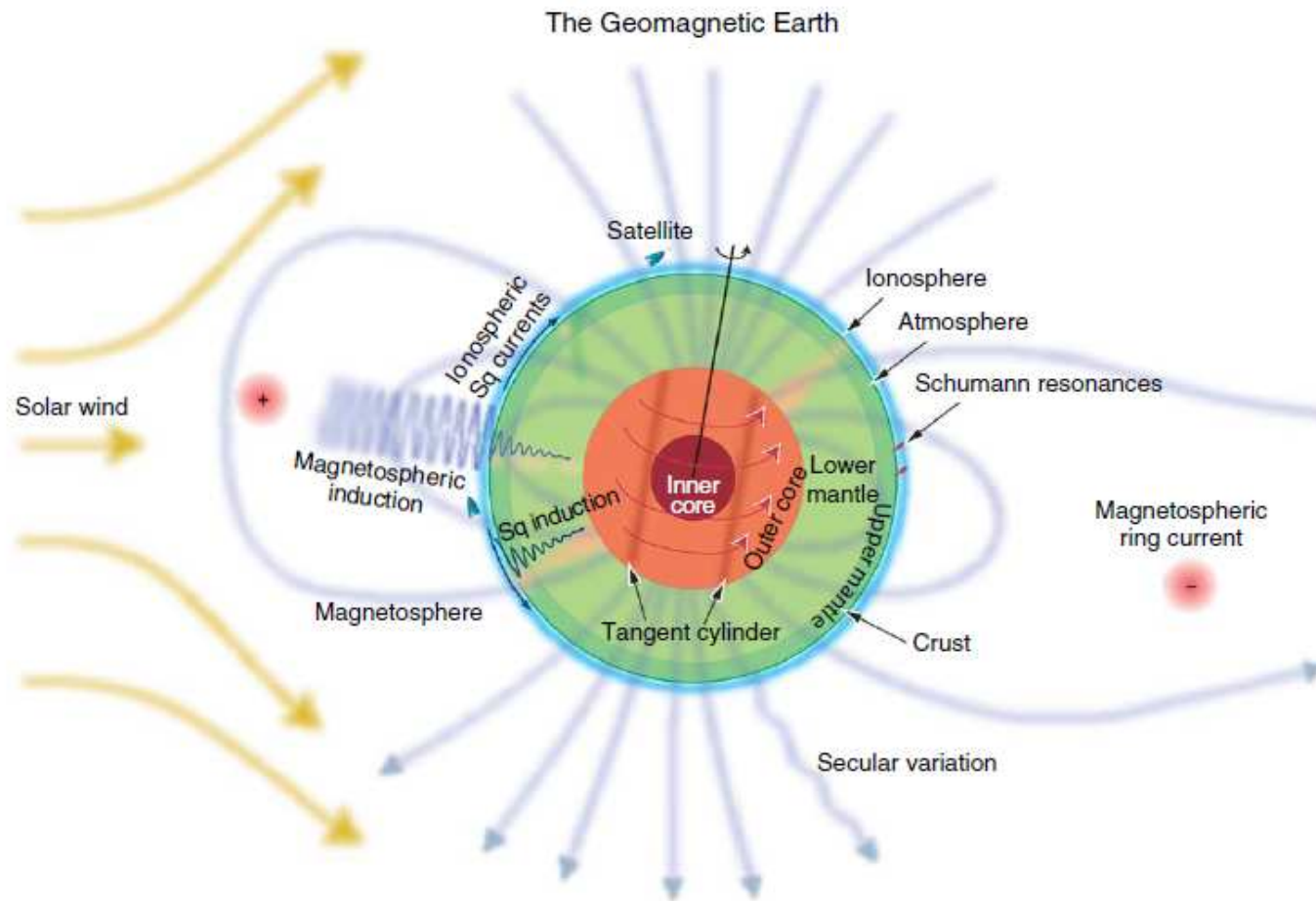
11.2 El espectro temporal del campo geomagnético



11.3 El ambiente electromagnético de la Tierra

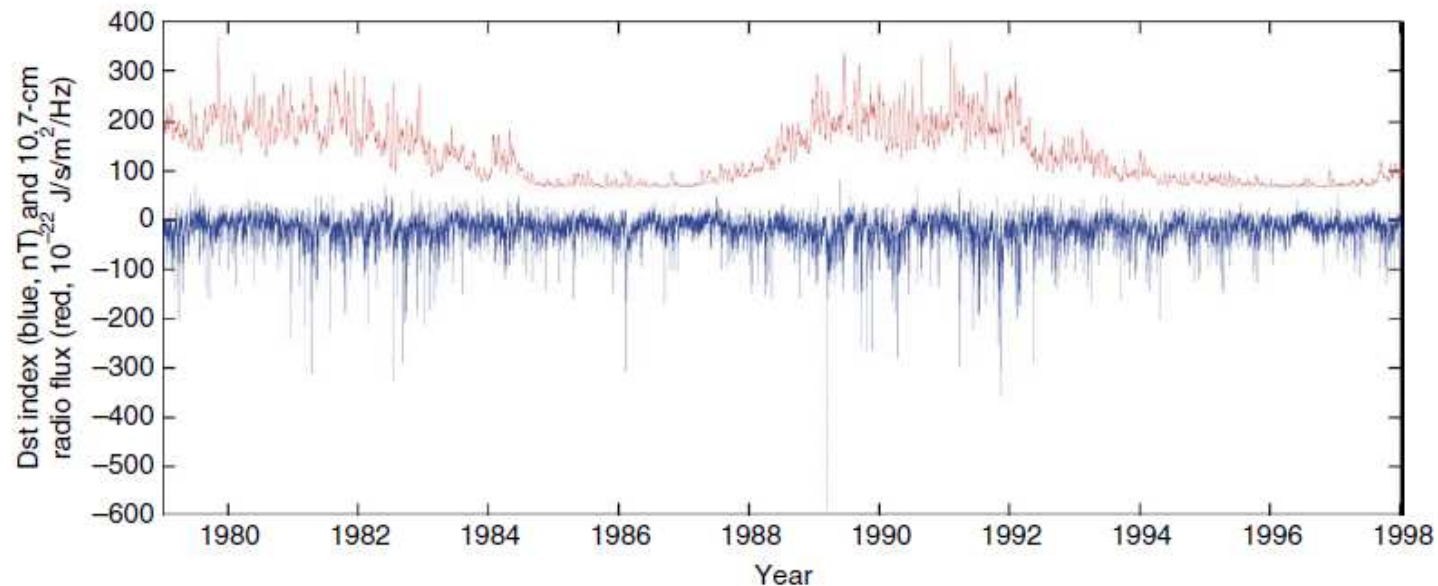
- La ionosfera y la Tierra son separadas por una cavidad de atmósfera. Esta cavidad atmosférica se excita por relámpagos, y resuena con una frecuencia característica de ~ 8 Hz (la resonancia de Schumann). Energía electromagnética artificial, como el ruido de cables eléctricos y señales de radio, también se propaga en esta cavidad.
- La variación diaria es asociada con corrientes Sq en la ionosfera, porque su intensidad varía entre el día y la noche.
- Las tormentas eléctricas, asociadas con la actividad solar, cambian la intensidad de la corriente del anillo y causan variaciones en el campo externo en la escala de tiempo de horas a días.
- La corriente del anillo también tiene variaciones debido a la rotación del Sol (27 días), la órbita de la Tierra y el ciclo solar de 11 años.
- Las pulsaciones en el campo magnético, causadas por la interacción compleja entre el viento solar y la magnetosfera, varían con una escala de tiempo de ~ 1 segundo a unos cientos segundos.

11.3 El ambiente electromagnético de la Tierra



11.4 El índice Dst

- El índice Dst (disturbance storm time) mide la intensidad de la corriente del anillo.
- La figura muestra el índice Dst entre 1979 y 1998. Grandes negativas son debidas a las tormentas magnéticas individuales. También el flujo radio solar (10.7 cm) se muestra en el imagen.



11.5.1 Sondeo geomagnético - teoría

- Uno de los conceptos claves en la teoría de la inducción electromagnética es lo de la profundidad superficial (skin depth). Esa es la distancia vertical que los campos electromagnéticos pueden penetrar dentro de la Tierra.
- Podemos derivar la profundidad superficial usando las leyes de Faraday y Ampere (ignoramos la corriente de desplazamiento, porque no es significativa a las frecuencias y conductividades en la inducción geomagnética).

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2)$$

- En una región libre de fuentes de corrientes $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$, y también $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ porque no existen monopolos magnéticos.

11.5.1 Sondeo geomagnético - teoría

- B y H están relacionados por la permeabilidad magnética μ_0 ; J y E están relacionados por la conductividad σ :

$$B = \mu_0 H \quad J = \sigma E$$

- Entonces:

$$\nabla \times E = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times H = \sigma E \quad (4)$$

- Si tomamos el rotor de estas ecuaciones, y usamos la identidad $\nabla \times (\nabla \times A) = \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla^2 A$, para constante σ y μ , tenemos

$$\nabla^2 E = \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times H) = \mu_0 \sigma \frac{\partial E}{\partial t} \quad (5)$$

$$\nabla^2 H = -\sigma (\nabla \times E) = \mu_0 \sigma \frac{\partial H}{\partial t} \quad (6)$$

- Estas son ecuaciones de difusión.

11.5.2 La profundidad superficial

- Ahora, si consideremos campos que varían sinusoidalmente en tiempo a una frecuencia angular ω

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 e^{i\omega t} \quad \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = i\omega \mathbf{E} \quad (7)$$

$$\mathbf{H}(t) = \mathbf{H}_0 e^{i\omega t} \quad \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = i\omega \mathbf{H} \quad (8)$$

- Entonces de las ecuaciones (5) y (6):

$$\nabla^2 \mathbf{E} = i\omega \mu_0 \sigma \mathbf{E} \quad (9)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} = i\omega \mu_0 \sigma \mathbf{H} \quad (10)$$

11.5.2 La profundidad superficial

- Si consideremos adicionalmente que los campos se propagan como ondas planas en la dirección \hat{z} (las frentes de onda son en el plano horizontal), con una variación en su amplitud y fase en la dirección vertical, entonces en una posición (x, y) se puede representar los campos como:

$$\mathbf{E} = (E_x, E_y, 0) \quad \mathbf{H} = (H_x, H_y, 0)$$

- con

$$E_x(t, z) = E_{0,x}(z)e^{i\omega t} \quad (11)$$

$$E_y(t, z) = E_{0,y}(z)e^{i\omega t} \quad (12)$$

$$H_x(t, z) = H_{0,x}(z)e^{i\omega t} \quad (13)$$

$$H_y(t, z) = H_{0,y}(z)e^{i\omega t} \quad (14)$$

11.5.2 La profundidad superficial

- Se puede combinar las ecuaciones para \mathbf{E} y \mathbf{H} (11 - 14) con las ecuaciones (9) y (10) para encontrar como varían los campos con profundidad:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = i\omega\mu_0\sigma \mathbf{E}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} [E_{0,x}(z)] = i\omega\mu_0\sigma [E_{0,x}(z)]$$

$$\Rightarrow E_{0,x}(z) = E_{0,x} e^{-ikz}$$

11.5.2 La profundidad superficial

Entonces:

$$E_x(t, z) = E_{0,x} e^{-ikz} e^{i\omega t} \quad (15)$$

$$E_y(t, z) = E_{0,y} e^{-ikz} e^{i\omega t} \quad (16)$$

$$H_x(t, z) = H_{0,x} e^{-ikz} e^{i\omega t} \quad (17)$$

$$H_y(t, z) = H_{0,y} e^{-ikz} e^{i\omega t} \quad (18)$$

con:

$$k = \sqrt{-i\omega\mu_0\sigma} = \sqrt{\omega\mu_0\sigma} \sqrt{-i} = \sqrt{\omega\mu_0\sigma} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i \right) \quad (19)$$

11.5.2 La profundidad superficial

- Con la definición de la profundidad superficial:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}} \quad (20)$$

- Los campos E y H son

$$E_x(t, z) = E_{0,x} e^{-\frac{z}{\delta}} e^{i(\omega t - \frac{z}{\delta})} \quad (21)$$

$$E_y(t, z) = E_{0,y} e^{-\frac{z}{\delta}} e^{i(\omega t - \frac{z}{\delta})} \quad (22)$$

$$H_x(t, z) = H_{0,x} e^{-\frac{z}{\delta}} e^{i(\omega t - \frac{z}{\delta})} \quad (23)$$

$$H_y(t, z) = H_{0,y} e^{-\frac{z}{\delta}} e^{i(\omega t - \frac{z}{\delta})} \quad (24)$$

11.5.2 La profundidad superficial

- La profundidad superficial es la distancia en que las amplitudes de los campos están reducidas a un valor de $1/e$ ($\sim 37\%$) de su valor superficial, y la fase avanza 1 radián ($\sim 57^\circ$).
- En unidades de metros, con la frecuencia $f = \omega/2\pi$,

$$\delta \approx 500 \sqrt{\frac{1}{\sigma f}} \quad (25)$$

- El concepto de profundidad superficial es importante en sondeo geomagnético, y tiene un rango de unos metros para frecuencias de KHz, a miles de kilómetros en el manto para periodos de unos días.
- La profundidad superficial es un buen índice de la profundidad máxima de penetración para una onda electromagnética. Pero no es exactamente una medida de la profundidad de resolución, porque las variaciones magnéticas externas tienen que propagarse por todas las capas superficiales.

11.6.1 El método MT

- La respuesta de la Tierra con las variaciones temporales de los campos externos puede ser interpretado en términos de las variaciones de la conductividad eléctrica con profundidad.
- Empezando con las ecuaciones de Ampere y Faraday representadas por (3) y (4), con campos eléctricos y magnéticos representados por (21-24), se puede mostrar que la solución a esta sistema de ecuaciones requiere:

$$E_y = -\frac{\mu_0\omega}{k} H_x \quad (26)$$

$$E_x = \frac{\mu_0\omega}{k} H_y \quad (27)$$

11.6.2 La impedancia magnetotelúrica

- Podemos definir una impedancia tomando la razón entre las componentes ortogonales de los campos:

$$Z = \frac{E_x}{H_y} = \frac{\mu_0 \omega}{k} \equiv \frac{ik}{\sigma} \quad (28)$$

- Recordamos que el número complejo k es:

$$k = \sqrt{\omega \mu_0 \sigma} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} i \right) = \sqrt{\omega \mu_0 \sigma} e^{-i \frac{\pi}{4}} \quad (29)$$

- Entonces podemos ver que H_y sigue E_x por 45°

11.6.3 La resistividad aparente

- Usando la definición de la impedancia (28) y de k (29), podemos ver que

$$|Z| = \left| \frac{\mu_0 \omega}{\sqrt{\omega \mu_0 \sigma}} \right| = \left| \sqrt{\frac{\mu_0 \omega}{\sigma}} \right| \quad (30)$$

- Entonces podemos ver que la resistividad del semi espacio es

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\mu_0 \omega} \left| \frac{E_x}{H_y} \right|^2 = \frac{\mu_0 T}{2\pi} \left| \frac{E_x}{B_y} \right|^2 \quad (31)$$

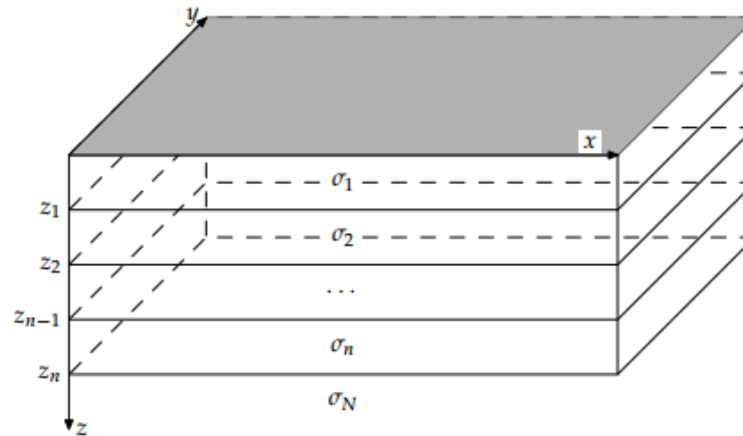
- Aquí T es el periodo de los campos en segundos.

- Podemos también definir una fase

$$\tan \phi = \frac{\text{Im}Z}{\text{Re}Z} \quad (32)$$

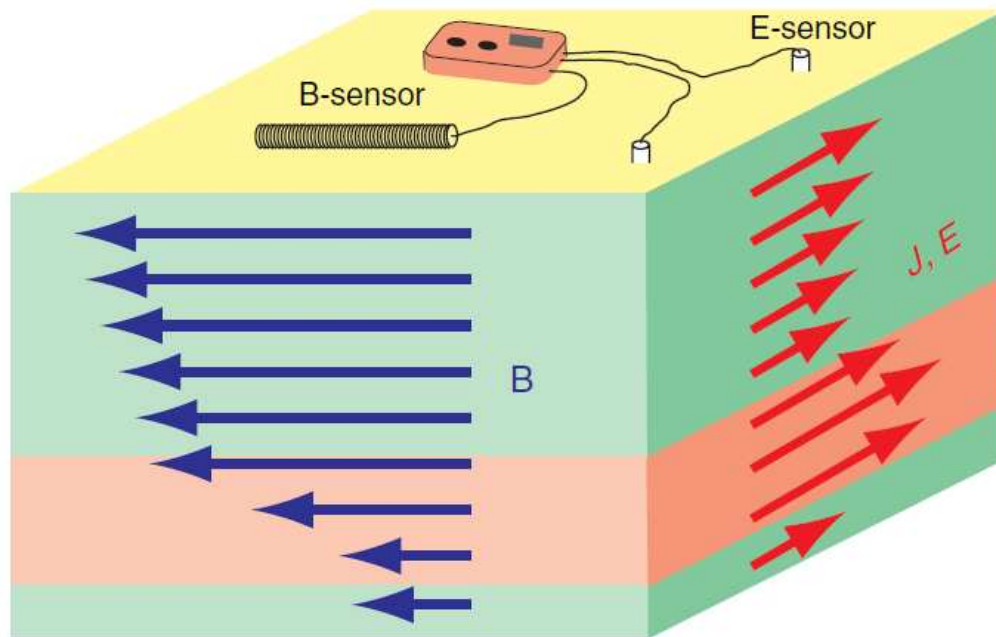
11.6.3 La resistividad aparente

- Si la Tierra realmente era un semi espacio homogéneo, la resistividad para todos los periodos sería la misma, y igual a la resistividad actual de la Tierra. La fase entre B y E sería 45° .
- Este no es el caso, pero se puede computar las resistividades asociadas con la impedancia; ellas son las “resistividades aparentes” ($\rho_a \equiv \rho_a(T)$).
- Soluciones existen para computar la respuesta de la resistividad aparente para medios con capas, 2-D y también 3-D. Estas son usadas para interpretar datos MT.



11.6.4 MT - caso general

- Las mediciones tomadas son series de tiempo de los campos eléctricos y magnéticos, usualmente en dos direcciones ortogonales.
- El procesamiento de datos MT es para obtener la coherencia entre estas señales en el dominio de frecuencia.



11.6.5 El tensor de impedancia

- Para la impedancia, en una Tierra 3-D, no tenemos solamente un número complejo Z para la impedancia, pero un tensor complejo de impedancia Z_{ij}

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix} \quad (33)$$

- En la ecuación (33), E_x , E_y , B_x , B_y y Z_{ij} dependen en la frecuencia angular ω .
- Un semi espacio homogéneo, lo que discutimos en la sección anterior, es un caso especial donde

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & Z \\ -Z & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix} \quad (34)$$

11.6.7 MT en 2-D

- Para una estructura 2-D:

$$Z_{xx} = Z_{yy} = 0; Z_{xy} \neq -Z_{yx}$$

- $Z_{xx} = Z_{yy} = 0$ solamente cuando el sistema de coordenadas de la medición es alineado a la geometría 2-D de la geología.

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & Z_{xy} \\ Z_{yx} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix} \quad (35)$$

- Usualmente no sabemos la geometría del sistema con anticipación y entonces el tensor puede ser rotado matemáticamente para minimizar sus componentes:

$$\mathbf{Z}_\alpha(\omega) = \mathbf{R}^T(\alpha) \mathbf{Z}(\omega) \mathbf{R}(\alpha)$$

- \mathbf{R} es una matriz de rotación:

$$\mathbf{R}(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

11.6.8 MT - equipamiento

Electrodes



Coils



Flux-Gate



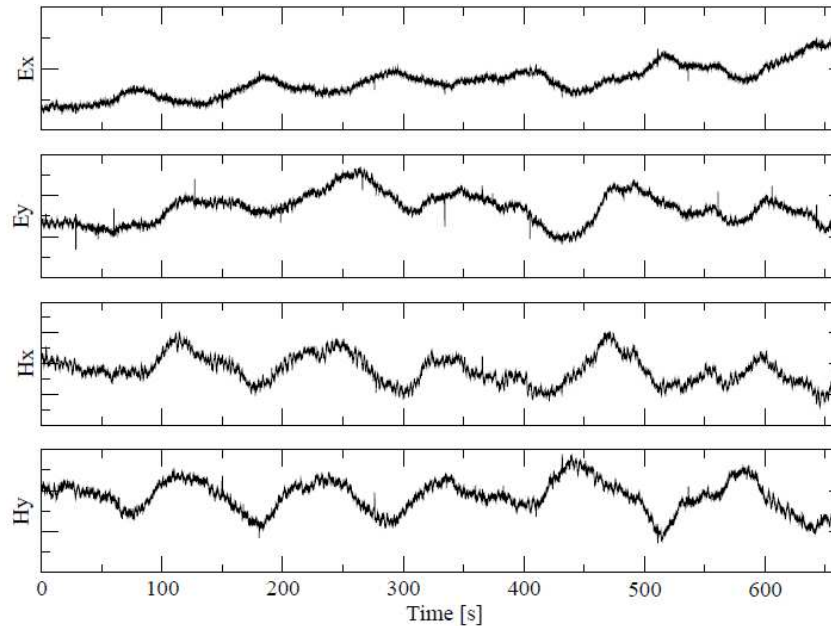
Recorder



11.6.9 MT - datos

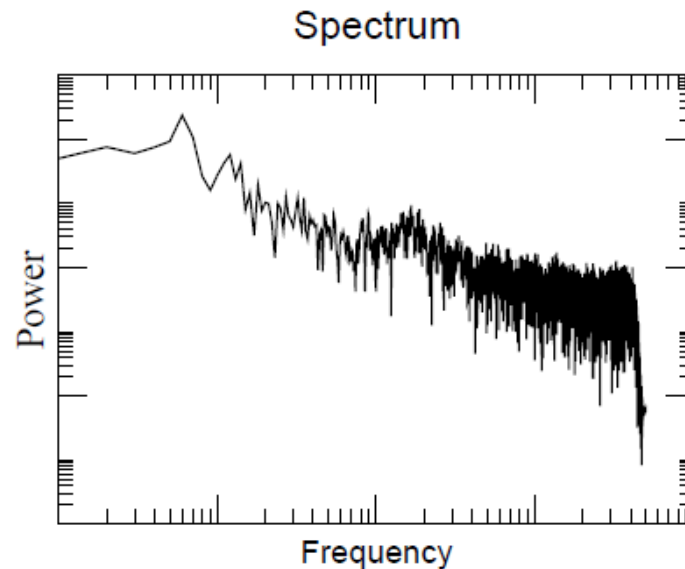
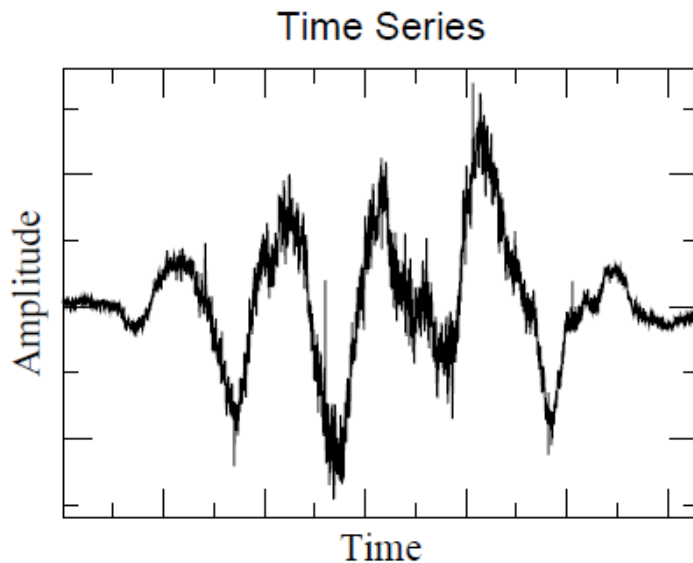
● La duración de la medición depende de la profundidad a que uno quiere investigar. Típicamente:

1. Cerca la superficie, $1 \times 10^5 \text{ Hz}$ - 100Hz. Se registra por unos minutos.
2. Corteza, 100Hz - 1000s. Se registra por unos días.
3. Manto, 1s - 30000s. Se registra por unas semanas.



11.6.10 MT - procesamiento

1. Cortar el registro en unos segmentos (que traslapan) de un cierto largo que depende en el periodo mas largo que se necesita.
2. Multiplicar cada segmento por una función de Hanning (un “taper”) para atenuar sus lados a cero.
3. Aplicar la transformada de Fourier para cada segmento.



11.6.10 MT - procesamiento

4. Calcular los auto espectros y los espectros cruzados para cada segmento.
5. Calcular la impedancia asociado con estos espectros. Por ejemplo:

$$Z_{xy} = \frac{E_x}{B_y} = \frac{\langle B_y^\dagger E_x \rangle}{\langle B_y^\dagger B_y \rangle}$$

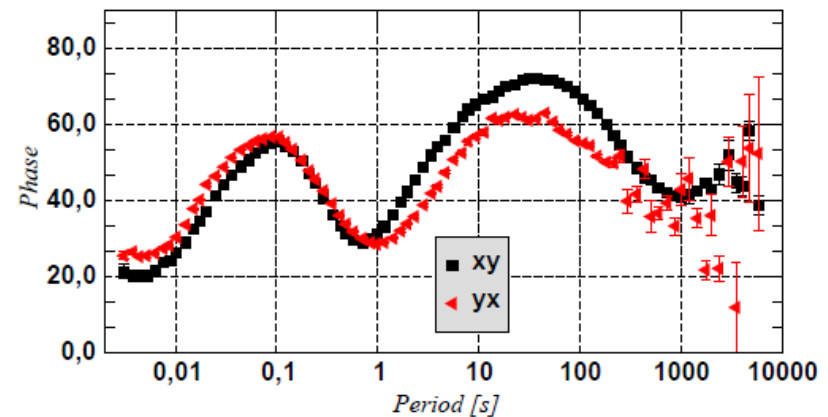
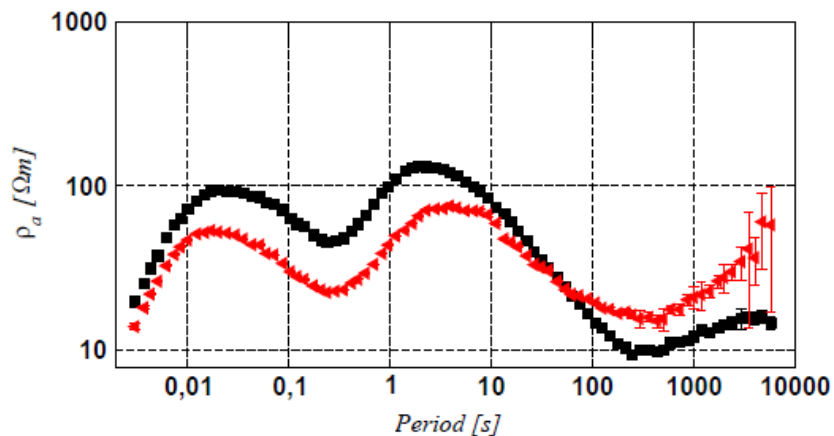
6. Estimar el error tomando el promedio de todos los segmentos.

- El espectro cruzado describe como actividad común entre dos procesos esta distribuida en el dominio de la frecuencia.
- Cuando se calcula el auto espectro, el ruido en B lleva un sesgo en la calculación de $\langle B^\dagger B \rangle$. Entonces se puede tomar una segunda medición del campo B' , suficientemente lejos para que el ruido es independiente pero suficientemente cerca para que el señal magnético en la atmósfera es coherente. Entonces:

$$Z_{xy} = \frac{E_x}{B_y} = \frac{\langle B_y'^\dagger E_x \rangle}{\langle B_y'^\dagger B_y \rangle}$$

11.6.11 MT - resultados

- Se puede graficar los elementos xy y yx del tensor de impedancia en términos de la resistividad aparente y la fase.
- El proceso de la inducción significa que las curvas son suaves, y que la resistividad aparente y la fase no son independientes.
- Varias transformaciones existen para convertir frecuencia a profundidad, pero solamente dan una estimación de la situación actual.



11.6.12 MT - ejemplo

- El imagen muestra datos MT tomados cerca el Volcán Sierra Nevada en Chile.
- ¿La baja resistividad debido a un sistema geotérmico?
- *Kalberkamp, U., (2007), Exploration of Geothermal High Enthalpy Resources using Magnetotellurics - an Example from Chile. Kolloquium "Elektromagnetische Tiefenforschung" pp 194-198.*

