513335 Geofísica de la Tierra Sólida

Presentación 4
La Gravedad en Geofísica
Versión 1.0

Gravedad en Geofísica

- La gravedad es la fuerza sobre una masa ($\bar{g}$) con unidades de [N/kg]. Dado que la fuerza genera una aceleración (por unidad de masa) las unidades de $\bar{g}$ también pueden estar representadas como [m/s^2].
- En la Geofísica, una manera simplificada de pensar en la gravedad es considerar mediciones geofísicos de la fuerza de gravedad usando un gravímetro, en la superficie de la Tierra o en un satélite. Queremos poder interpretar las mediciones de gravedad para obtener información sobre la Tierra y su estructura.

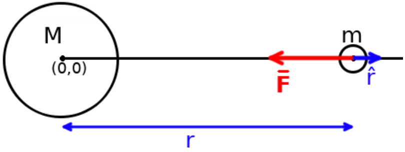
Las mediciones geofísicos de gravedad dependen mayormente en dos efectos:

1. La atracción gravitacional de la Tierra.
   Forma del elipsoide de la Tierra. (¿Recuerden el bulto ecuatorial?)
   La topografía en la superficie (montañas por ejemplo).
   Las variaciones de densidad dentro de la Tierra.
2. La rotación de la Tierra ($\bar{\omega}$).

La fuerza entre dos masas

(Newton, 1687, ley basada en observaciones de las órbitas de los planetas)

Para simplicidad, definimos la posición de la origen en el centro de la masa M.



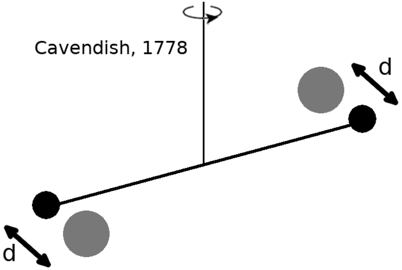
$$\bar{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r} \tag{1}$$

$$\bar{g} = \frac{\bar{F}}{m} = -\frac{GM}{r^2}\hat{r} \tag{2}$$

$$g = |\bar{g}| \simeq 9.8 \text{ [N/kg] o [m/s}^2\text{] en la superficie terrestre}$$

¿Qué representa $\hat{r}$?

La balanza de torsión de Cavendish



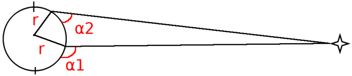
- Si sabemos las masas, las distancias y la rigidez de la barra de torsión ...
- $\Rightarrow$ podemos usar la rotación de la barra cuando se acercan las masa para calcular $\bar{F}$,
- $\Rightarrow$ tenemos un cálculo directo para la constante de Gravitación, G.

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{m}^3\mathrm{kg}^{-1}\mathrm{s}^{-2}$$

¿Cómo se puede determinar la rigidez de la barra de torsión?

La masa de la Tierra

Usando observaciones de la aceleración gravitacional en la superficie de la Tierra, $g = -\frac{GM}{r^2} \simeq 9.8\ \mathrm{ms}^{-2}$, si sabemos el valor de G, y el radio de la Tierra, podemos determinar la masa de la Tierra.



mediciones de α1 y α2 a diferentes latitudes
al mismo tiempo entregan el valor del r

¿Cómo se puede asegurar que las mediciones están hechas al mismo tiempo?

Con el conocimiento de M_{Tierra}, se puede calcular la densidad promedia de la Tierra y comparar con la densidad de rocas típicas de la corteza.

$$\rho_{\mathrm{Tierra}} \sim 5500\ \mathrm{kgm}^{-3}, \qquad \rho_{\mathrm{Corteza}} \sim 2700 \rightarrow 3300\ \mathrm{kgm}^{-3}$$

Otra evidencia para un núcleo de mayor densidad.

Potencial gravitacional

- U es el trabajo hecho por $\bar{g}$ (por unidad de masa).
- Las unidades del potencial U son [Nm/kg] o [J/kg].

Podemos definir $U(\bar{r})$ como el trabajo hecho para mover una unidad de masa de la posición $\bar{r}_{\text{ref}}$ hacia la posición r. Típicamente elegimos $\bar{r}_{\text{ref}}$ infinitamente lejos.

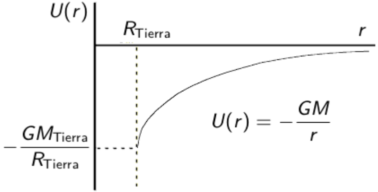
$$U(\bar{r}) = \int_{\bar{r}_{\text{ref}}}^{\bar{r}} \bar{g} \cdot d\bar{r}' = \int_{\bar{\infty}}^{\bar{r}} -\frac{GM}{r'^2} \hat{r} \cdot d\bar{r}' \tag{3}$$

Podemos simplificar la situación con la suposición que la masa M tiene simetría esférica, es decir $U(\bar{r}) \rightarrow U(r)$ y $\hat{r} \cdot d\bar{r}' = -dr'$ dado que hay 180° entre los vectores con esta simetría radial. En este caso

$$U(r) = \int_{\infty}^{r} \frac{+GM}{r'^2} dr' = -\frac{GM}{r} \tag{4}$$

y podemos ver que $U(\infty) = 0$.

Potencial gravitacional



El potencial gravitacional es importante porque es un campo escalar entonces es bastante fácil manipular. ¿Qué es un campo escalar?

Para ver la relación entre $\bar{g}$ y U, con simetría esférica:

$$\bar{g} = -\frac{GM}{r^2}\hat{r} \equiv -\frac{\partial}{\partial r}\left(-\frac{GM}{r}\right)\hat{r} = -\frac{\partial}{\partial r}\left(U(r)\right)\hat{r} \tag{5}$$

En general el gradiente de U define $\bar{g}$

$$\bar{g} = -\nabla U \tag{6}$$

Superficies equipotenciales

- La definición de una superficie equipotencial es que en la superficie, U es constante.
- Con r_1 y r_2 dos puntos en la superficie, $U_1 \equiv U_2$.
- El componente de $\bar{g}$ en la superficie es $\left(\frac{\Delta U}{\Delta \bar{r}}\right) = \frac{U_2 - U_1}{|\bar{r}_2 - \bar{r}_1|} \equiv 0$
- $\Rightarrow \bar{g}$ es perpendicular a la superficie equipotencial.
- La superficie del mar (en promedio†) es una superficie equipotencial. Fluidos no pueden soportar esfuerzo cortante (cero rigidez) entonces no hay fuerzas en el plano de la superficie, todas las fuerzas están perpendiculares a la superficie.

Si la superficie del mar es una superficie equipotencial, ¿por qué sirve tomar mediciones de gravedad en buques?

† Sin mareas, sin viento.

Equipotenciales esféricas

Para un planeta con simetría esférica.

$\Rightarrow$ El equipotencial sería una esfera.

$\Rightarrow$ $\bar{g}$ apuntaría hacia el centro de la simetría (hacia el centro de masa), y $|\bar{g}|$ tendría simetría esférica.

$$g(r) = \frac{-4\pi G}{r^2} \int_0^r \rho(r^|) r^{|^2} dr^| \left(= \frac{-GM_{\text{encerrada}}}{r^2} \right) \tag{7}$$

Superficies en geodesia

- **El geoide** - la superficie actual que coincide con el nivel del mar (hipotéticamente, sin continentes).
- **El esferoide de referencia** - la forma de una superficie equipotencial (independiente de la longitud, con variación suave en la dirección de latitud) que más se parece al geoide.

¿Cómo se llaman las diferencias entre el geoide y el esferoide de referencia?

Lectura adicional

- Apuntes del curso, Capitulo 2. Sección 2.1.
- Youtube: Cavendish's torsion-bar experiment HD (duración 24 segundos, explica todo).

Preguntas prácticas

La presentación es bastante introductoria al tema de gravedad. No hay preguntas prácticas aquí, esperan las siguientes clases!